แผนการจัดการเรียนรู้

# รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

# หน่วยการเรียนรู้ สังยุคของจำนวนเชิงซ้อน เรื่อง สมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน เวลา 1 ชั่วโมง

**ผลการเรียนรู้**

เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในการแก้ปัญหา

# สาระสำคัญ

**บทนิยาม 2**

สำหรับจำนวนเชิงซ้อน หรือ เมื่อ และ เป็นจำนวนจริง

เรียก ว่า ส่วนจริง (real part) ของ และเขียนแทนด้วย

เรียก ว่า ส่วนจินตภาพ (imaginary part) ของ และเขียนแทนด้วย

**บทนิยาม 5**

ให้ เป็นจำนวนเชิงซ้อน

สังยุค (conjugate) ของ z คือ

สังยุคของ เขียนแทนด้วย ซึ่ง

# จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถอธิบายสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อนได้

สาระการเรียนรู้

จำนวนเชิงซ้อนและสมบัติของจำนวนเชิงซ้อน

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องการบวก ลบ คูณและหารจำนวนเชิงซ้อน โดยตั้งคำถามนักเรียน ดังนี้

- การบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนเชิงซ้อน มีนิยามว่าอย่างไรและมีวิธีหาอย่างไร

- ให้นักเรียนยกตัวอย่างการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนเชิงซ้อน

- นักเรียนและครูสรุปนิยาม การบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนเชิงซ้อน

ซึ่งจะได้ว่า

2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน

3. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มจำนวน 5 กลุ่ม โดยทุกคนเตรียมเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz นักเรียนแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อใช้ในการหาสังยุคและสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน โดยครูแนะนำวิธีการใช้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้



3.1 กดปุ่ม w

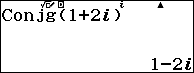


3.2 กดปุ่ม 2



3.3 หาสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน

โดยกดปุ่ม T



3.4 กดปุ่ม21+2b)=

จะได้สังยุคของ คือ

4. นักเรียนแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อใช้หาสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้การแทนค่าด้วยตัวแปร โดยครูแนะนำวิธีการใช้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้



4.1 กดปุ่ม w



4.2 กดปุ่ม2

4.3 ป้อนจำนวนเชิงซ้อน

โดยกดปุ่ม 1+2b



4.4 แทนค่าจำนวนเชิงซ้อน

โดยกดปุ่มJz



4.5 ป้อนจำนวนเชิงซ้อน

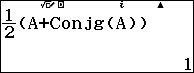
โดยกดปุ่ม 3p4b

 4.6 แทนค่าจำนวนเชิงซ้อน

โดยกดปุ่ม Jx

4.7 หาส่วนจริงของ A หรือ Re(A)

โดยกดปุ่มT3Qz)=

4.8 หาค่าของ  โดยกดปุ่ม

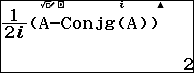
a1R2$(Qz+

T2Qz))=



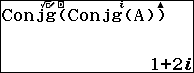
4.9 หาส่วนจินตภาพของ A หรือ Im(A)

โดยกดปุ่ม T4Qz)=

4.10 หาค่าของ  โดยกดปุ่ม

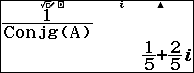
a1R2b$(Qz

pT2Qz))=

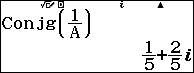


4.11 หาค่าของ  โดยกดปุ่ม

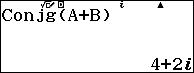
T2T2Qz))=

4.12 หาค่าของ โดยกดปุ่ม

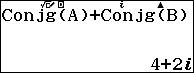
a1RT2Qz)=

4.13 หาค่าของ โดยกดปุ่ม

T2a1RQz$)=

4.14 หาค่าของ  โดยกดปุ่ม

T2Qz+Qx)=



4.15 หาค่าของ  โดยกดปุ่ม

T2Qz)+

T2Qx)=

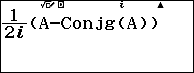
5. นักเรียนแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อใช้หาสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้การแทนค่าด้วยคำสั่ง r โดยครูแนะนำวิธีการใช้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้



5.1 กดปุ่ม w

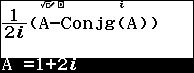


5.2 กดปุ่ม2

 5.3 ป้อนนิพจน์  ที่ต้องการคำนวณหาค่า

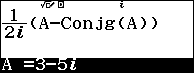
โดยกดปุ่มa1R2z$(Q

pT2Qz))



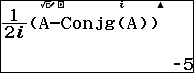
5.4 กดปุ่ม r

(เครื่องจะแสดงค่า A ที่ได้กำหนดไว้หลังสุด)



5.5 ป้อนค่าที่ต้องการคำนวณ เช่น

โดยกดปุ่ม 3p5b=



5.6 สั่งให้เครื่องคำนวณโดยกดปุ่ม =

(ค่าที่คำนวณได้คือ -5)

6. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2.1 และ 2.2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำและร่วมกันอภิปราย (ขั้นสำรวจ)

7. นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอใบกิจกรรมที่ได้รับและอภิปรายผลเพื่อนำไปสู่การตรวจสอบสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน ดังนี้ (ขั้นหาความสัมพันธ์)

**ใบกิจกรรมที่ 2.1** ถ้า Z = เมื่อ เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

, = = และ = =

ใบกิจกรรมที่ 2.2 ถ้า และ เป็นจำนวนเชิงซ้อน จะได้ว่า

1)

2) โดยที่

3.)

4)

5)

6) โดยที่

8. ครูให้นิยามตามบทนิยาม 5 หน้า 14 ในหนังสือเรียน สสวท. รายวิชาเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่ม 2 ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ดังนี้

ให้ เป็นจำนวนเชิงซ้อน

สังยุค (conjugate) ของ z คือ

9. ครูและนักเรียนช่วยกันพิสูจน์สมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อนตามหลักการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อยืนยันสมบัติต่างๆ ว่าเป็นจริงทุกกรณี อีกครั้งหนึ่ง

10. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อนที่ได้จากการสำรวจ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์) จะได้ว่า

ถ้า และ เป็นจำนวนเชิงซ้อน และ

1. = = และ = =

2.

3. เมื่อ

4.

5.

6.

7. เมื่อ

11. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 2 เรื่อง สังยุคและสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz (ขั้นฝึกทักษะ)

สื่อการเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz

2. ใบกิจกรรมที่ 2.1 – 2.2 เรื่อง สังยุคและสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน  
3. แบบฝึกทักษะที่ 2 เรื่อง สังยุคและสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน

การวัดและประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 2.1 – 2.2

2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 2   
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

|  |  |
| --- | --- |
| **ใบกิจกรรมที่ 2.1** | หน้าที่ 1/2 |
| เรื่อง สังยุคและสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน | |
| **จุดประสงค์** สามารถหาสังยุคและบอกสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อนได้ | |
| **คำชี้แจง** ให้นักเรียน ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz คำนวณค่าต่อไปนี้ | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 1** | **กรณีที่ 2** |
| 1 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| 2 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| 3 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| 4 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| 5 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| 6 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **ใบกิจกรรมที่ 2.1** | หน้าที่ 2/2 |
| เรื่อง สังยุคและสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน | |
| **จุดประสงค์** สามารถหาสังยุคและบอกสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อนได้ | |
| **คำชี้แจง** ให้นักเรียน ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz คำนวณค่าต่อไปนี้ | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 1** | **กรณีที่ 2** |
| 7 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| 8 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| 9 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| 10 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

จาก ข้อ 1 – 10 กรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 พบว่า ถ้า เป็นจำนวนจริง และ Z เป็นจำนวนเชิงซ้อน

ถ้า Z = จะได้ = …………………………………………………….

= a = …………………………………………………….

และ = b = …………………………………………………….

|  |  |
| --- | --- |
| **ใบกิจกรรมที่ 2.2** | หน้าที่ 1/2 |
| เรื่อง สมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน | |
| **จุดประสงค์** สามารถบอกสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อนได้ | |
| **คำชี้แจง** ให้นักเรียน ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz คำนวณค่าต่อไปนี้ | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ข้อ | กรณีที่ 1 | กรณีที่ 2 |
| 1 |  |  |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 4 |  |  |
| 5 |  |  |
| จาก ข้อ 1 – 5 กรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 พบว่า เป็นจำนวนเชิงซ้อน  จะได้ = ……………………………………………………. | | |
| 6 | = | = |
| 7 | = | = |
| 8 | = | = |
| 9 | = | = |
| 10 | = | = |
| จาก ข้อ 6 – 10 กรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 พบว่า เป็นจำนวนเชิงซ้อน โดยที่  จะได้ = ……………………………………………………. | | |
| 11 |  |  |
| 12 |  |  |
| 13 |  |  |
| 14 |  |  |
| 15 |  |  |
| จาก ข้อ 11 – 15 กรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 พบว่า และเป็นจำนวนเชิงซ้อน  จะได้ = ……………………………………………………. | | |

|  |  |
| --- | --- |
| **ใบกิจกรรมที่ 2.2** | หน้าที่ 2/2 |
| เรื่อง สมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน | |
| **จุดประสงค์** สามารถบอกสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อนได้ | |
| **คำชี้แจง** ให้นักเรียน ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz คำนวณค่าต่อไปนี้ | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ข้อ | กรณีที่ 1 | กรณีที่ 2 |
| 16 |  |  |
| 17 |  |  |
| 18 |  |  |
| 19 |  |  |
| 20 |  |  |
| จาก ข้อ 16 – 20 กรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 พบว่า และเป็นจำนวนเชิงซ้อน  จะได้ = ……………………………………………………. | | |
| 21 |  |  |
| 22 |  |  |
| 23 |  |  |
| 24 |  |  |
| 25 |  |  |
| จาก ข้อ 21 – 25 กรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 พบว่า และเป็นจำนวนเชิงซ้อน  จะได้ = ……………………………………………………. | | |
| 26 |  |  |
| 27 |  |  |
| 28 |  |  |
| 29 |  |  |
| 30 |  |  |
| จาก ข้อ 26 – 30 กรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 พบว่า และเป็นจำนวนเชิงซ้อน โดยที่ ≠ 0  จะได้ = ……………………………………………………. | | |

แบบฝึกทักษะที่ 2

เรื่องสังยุคและสมบัติสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน

**คำชี้แจง** กำหนด และเป็น จำนวนเชิงซ้อน ให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง **โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์**

1.  = ………………………………………………………………………………..

2.  = ………………………………………………………………………………..

3.  = ………………………………………………………………………………..

4.  = ………………………………………………………………………………..

5.  = ………………………………………………………………………………..

6.  = ………………………………………………………………………………..

7.  = ………………………………………………………………………………..

8. …………………………………………………….

9. ………………..…………………………

10. = …………………………………………………….

11. = ……………………………………………………. เมื่อ ≠ 0

12. = …………………………………………………….

13. = …………………………………………………….

14. = …………………………………………………….

15. = ……………………………………………………. เมื่อ ≠ 0